

ESERCIZI SU VETTORI E PS
CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ

Esercizio 1. Dati i vettori di \mathbb{R}^2

$$v = \begin{pmatrix} \sqrt{3} - 2 \\ 1 + 2\sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix},$$

- calcolare $\|w\|$ e scrivere $w/\|w\|$;
- trovare $\pi_w(v)$;
- disegnare $v, w, w/\|w\|$ e $\pi_w(v)$;
- scrivere $-w$;
- fare le stesse tre cose sostituendo $-w$ a w ;
- calcolare $v - \pi_w(v)$ e verificare che v e $v - \pi_w(v)$ sono ortogonali;
- disegnare $v, w, \pi_w(v), v - \pi_w(v)$.

Esercizio 2. Dati i vettori di \mathbb{R}^3

$$v = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix},$$

- disegnarli;
- scriverli come combinazione di e_1, e_2, e_3 ;
- scrivere $v + w, v - w, \sqrt{2}v + \sqrt{3}w$;
- calcolare $\langle v, w \rangle, \langle v + w, w \rangle, \langle \sqrt{2}v, \sqrt{3}w \rangle$;
- calcolare $\|v\|, \|w\|, \|v + w\|$ e $\|v\|^2, \|w\|^2, \|v + w\|^2$.

Esercizio 3. Scrivete in coordinate e disegnatte i seguenti vettori di \mathbb{R}^2 :

$$u = 4e_1 + 2e_2; \quad v = e_1 - 3e_2; \quad w = -2e_1 + 4e_2; \quad \omega = -\frac{3}{2}e_1 - 3e_2.$$

Calcolate

$$u + \omega, \quad w + v, \quad w - u, \quad v - \omega, \quad \frac{3}{4}u, \quad -3u, \quad 2\omega, \quad -w.$$

Esercizio 4. Scrivete in coordinate e disegnatte i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 :

$$u = e_1 + 8e_2 + 4e_3; \quad v = -2e_1 - 3e_2 + 6e_3; \\ w = -e_1 + 7e_2 - 3e_3; \quad \omega = 5e_1 - 3e_2 + 4e_3.$$

Calcolate

$$u + w, \quad v + \omega, \quad u - w, \quad v - \omega, \quad \frac{1}{2}u, \quad \frac{2}{3}v, \quad -w.$$

Esercizio 5. Calcolate modulo e versore (cioè dividete il vettore per la sua norma) dei vettori u, v, ω dell'esercizio precedente.

Esercizio 6. *Dati i vettori*

$$v = \begin{pmatrix} 2 - \sqrt{3} \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ -4 - 2\sqrt{3} \end{pmatrix},$$

verificate che $\langle v, w \rangle = \|v\|\|w\|$; i vettori sono quindi paralleli e hanno lo stesso verso (ricordatevi come si razionalizza).