

ESERCIZI SU RETTE IN \mathbb{R}^2 E PIANI IN \mathbb{R}^3
CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ

Esercizio 1. Date le rette di \mathbb{R}^2 le cui equazioni cartesiane sono

$$y = 2x - 1, \quad 3x + 2y + 3 = 0, \quad x + \sqrt{3} = 0, \quad y + 2x = 0,$$
$$y + 1 = 0, \quad 2x + 2y - 1 = 0, \quad y = 3x/4 + 2,$$

- si trovi un punto P a vostro piacere di ogni retta;
- si trovi un vettore generatore v a piacere di ogni retta;
- si calcoli $v/\|v\|$ e si usi tale vettore e il punto P per scrivere un'equazione parametrica di ogni retta;
- per ogni retta non passante per l'origine si trovi un punto Q in modo tale che il vettore associato a Q sia ortogonale a v nella seguente maniera: dati P, v trovati nei punti precedenti, calcolare la proiezione di P lungo v ; Q sarà $P - \pi_v(P)$;
- disegnate in due casi a vostra scelta (almeno uno in cui la retta non passa per l'origine) la retta e tutti i punti che avete trovato.

Esercizio 2. Considerate i vettori

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{6} \end{pmatrix};$$

- disegnarli,
- scrivete l'equazione parametrica e cartesiana delle rette passanti per l'origine e quelle passanti per $P = (1, 1)$ generate da $v_1/\|v_1\|, v_2/\|v_2\|, v_3/\|v_3\|$,
- scrivete le equazioni (parametrica e cartesiana) delle rette passanti per $(0, 2)$ e ortogonali a v_1, v_2, v_3 .

Esercizio 3. Scrivete l'equazione, in \mathbb{R}^3 :

- del piano ortogonale ad $e_1 + e_2 - e_3$ e passante per $(1, 2, 2)$;
- del piano ortogonale ad $-e_1 + e_3$ e passante per $(0, 1, 0)$;
- del piano ortogonale ad $e_1 + 2e_2 + e_3$ e passante per $(1, \sqrt{2}, \sqrt{2})$;
- del piano ortogonale ad e_2 e passante per $(0, 0, 0)$;
- del piano ortogonale ad $-e_1 + 3e_2$ e passante per $(0, 0, 0)$;
- del piano ortogonale ad $2e_1 + 2e_2 - 2e_3$ e passante per $(2, 2, -2)$.

Esercizio 4. Dati i piani di equazione

$$3x - 3y + 6z - 6 = 0, \quad x + 2y = 0, \quad x + 2x + 3z = 0,$$

trovate per ogni piano le equazioni delle rette intersezione coi piani coordinati, e con gli assi coordinati; disegnateli in \mathbb{R}^3 in prospettiva ed aiutandovi con il disegno dei vettori normali, cercate di immaginare come sono disposti i piani nello spazio.