ESERCIZI SU SISTEMI LINEARI
CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ
A.A. 2019/20

Esercizio 1. *Determinate, utilizzando il Teorema di Rouchè-Capelli, se i seguenti sistemi sono compatibili o meno; in tal caso, determinate se l'insieme delle soluzioni è un punto, una retta o un piano e se sono passanti o meno per l'origine.*

- $$\begin{cases} x+y+z=1 \\ -x+y+5z=0 \\ 2y+6z=0 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x+y+z=1 \\ -x+y+5z=2 \\ 2y+6z=3 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} 2x+2y+3z=-1 \\ x+y-z=2 \\ 3x+3y+2z=1 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+2y+3z=0 \\ 2x-y-3z=0 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x-y+4z=0 \\ x-2y=1 \\ 2x-5y-4z=2 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x-y+z=6 \\ 2x+y-z=-3 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} 2x+\frac{1}{2}y-z=0 \\ x-y=1 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} \frac{1}{2} - x = y + 3z \\ 2x + 2y + 6z = 1 \\ 2 - 12z - 4x = 4y \end{cases}$$
- $$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y + z = 0 \\ -x - 3y + z = 4 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x - y + 3z = 0 \\ y + z = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. *Per i sistemi dell'esercizio precedente che ammettono un'unica soluzione, trovatela. Per quelli che ammettono soluzione un piano o una retta, trovatene le equazioni cartesiane, e anche quelle parametriche. Tutto ciò utilizzando l'algoritmo di Gauss.*

Esercizio 3. *Provate a risolvere il sistema (che ammette un'unica soluzione) nelle quattro variabili x, y, z, t*

$$\begin{cases} 4x + y + 2z - 3t = 0 \\ 3x - y + t = 1 \\ y - 2z - t = -4 \\ 3x + z - t = 0 \end{cases}$$

applicando l'algoritmo di Gauss alla matrice completa

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4. *A partire dall'equazione $2x - y - z = 0$, create un esempio di sistema che ammetta una retta, sia passante per l'origine sia no, come insieme delle soluzioni, e poi un sistema che ammetta un piano (come prima, prima passante per l'origine poi non passante per l'origine) come insieme delle soluzioni.*