

**ESERCIZI SU RETTE E PIANI NELLO SPAZIO**  
**CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ**  
**A.A. 2019/20**

---

**Esercizio 1.** Trovate le equazioni (parametrica e cartesiana) della retta di  $\mathbb{R}^3$  ortogonale al piano  $y - z = 1$  e passante per  $(1, 1, 2)$ , e quella passante per l'origine.

**Esercizio 2.** La retta generata da

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

e passante per  $P = (1, 0, 0)$ , passa anche per l'origine?

**Esercizio 3.** Dati i vettori

$$v_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

trovate l'equazione cartesiana e parametrica del piano generato da  $v_1, v_2$  e passante per  $P = (1, 1, 1/2)$ . Trovate poi un punto  $Q_1$  (diverso dall'origine) in modo tale che il piano generato da  $v_1, v_2$  e passante per  $Q_1$  passi anche per l'origine. Infine, trovate un punto  $Q_2$  tale che il piano generato da  $v_1, v_2$  e passante per  $Q_2$  passi per  $(1/4, 1/4, -1/3)$  ( $Q_2$  deve essere diverso da  $(1/4, 1/4, -1/3)$ ).

**Esercizio 4.** Trovate l'intersezione (se c'è) tra il piano di equazione  $x = \sqrt{3}$  e la retta di  $\mathbb{R}^3$  passante per i punti  $(1, 2, 0)$  e  $(\sqrt{3}, \sqrt{3} + 1, \sqrt{3} - 1)$ .

**Esercizio 5.** Trovate l'equazione di una retta, a vostro piacere (ce ne sono tante!) passante per  $P = (1, -1, 2)$  che **non** interseca il piano di equazione  $x + y - z = 1$  e l'equazione di quella che invece gli è ortogonale.

**Esercizio 6.** Trovate e disegnate nel riferimento cartesiano di  $\mathbb{R}^3$  il vettore  $v = e_1 + e_2 + e_3$  e calcolate e disegnate la sua proiezione sul piano  $x + y + 2z = 0$ .

**Esercizio 7.** Dato il piano di equazione cartesiana

$$\frac{1}{3}x + y - \frac{2}{3}z = 1$$

trovate tre punti **non allineati** del piano, prendete  $v_1, v_2$  come differenza di due dei tre punti a scelta e scrivete le equazioni parametrica e cartesiana del piano parallelo a  $\pi$  passante per l'origine (tale piano a volte è detto **segnatura** di  $\pi$ ) (questo si fa immediatamente) e quello parallelo ma passante per  $(1, 3, 1)$ .

Potevate farlo direttamente dall'equazione cartesiana, senza passare da quella parametrica?

**Esercizio 8.** *Le rette di equazioni*

$$w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

e

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

*sono parallele? Se sì, verificate se sono coincidenti o disgiunte.*

**Esercizio 9.** *Trovate un vettore direzione della retta*

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$$

*come differenza di due suoi punti (suggerimento: prendete due volte un  $x$  a vostro piacimento e risolvete il sistema in  $y$  e  $z$  per sostituzione).*