

**TERZO APPELLO SCRITTO DEL CORSO DI  
FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA  
CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ  
PARMA, 16.04.20**

---

**IMPORTANTE: leggete CON ATTENZIONE queste righe prima di iniziare.**

Sono permesse calcolatrici ma **non** l'uso dei telefoni cellulari e degli appunti. Indicate **nome e cognome** su tutti i fogli (protocollo inclusi). **Scrivete sul primo foglio di bella** quale dei sei compiti affrontate. **Scrivete chiaramente** quali sono i fogli di bella e quali quelli di brutta. Le risposte vanno **giustificate**. La durata dell'esame, che dipende dallo scritto che affronterete, è indicata qui sotto.

- 
- ARS, 8CFU, **compito intero**: Esercizi **1,2,3,6,7,8**, durata **2h15'**
  - ARS 2019/20, 8CFU, **compitino analisi**: Esercizi **6,7,8,9**, durata **1h45'**
  - Altri anni, 10, 11 o 12CFU, **compitino analisi avendo frequentato il corso a.a. 2019/20**: Esercizi **6,7,8,9**, durata **1h45'**
  - Altri anni, 10, 11 o 12CFU, **compito intero**: Esercizi **2,3,4,5,6,7,8**, durata **2h30'**
  - Altri anni, 10, 11 o 12CFU, **analisi**: Esercizi **6,7,8**, durata **1h30'**
  - Altri anni, 10, 11 o 12CFU, **geometria**: Esercizi **1,2,3,4**, durata **1h10'**
- 

**Esercizio 1.** Data la retta in  $\mathbb{R}^3$  di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z - 1 = 0, \end{cases}$$

trovarne due punti distinti e la sua equazione parametrica. Tale retta passa per l'origine?

**Esercizio 2.** Trovare equazioni cartesiana e parametrica del piano di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $P = (1, 1, -1)$  ed avente un vettore normale  $e_2 - e_3$ . Che oggetto geometrico è l'intersezione tra tale piano ed il piano  $x = 0$  (cioè è un punto, una retta, un piano? Passante o meno per l'origine)? Scrivetene l'equazione cartesiana.

**Esercizio 3.** Scrivete le matrici (completa  $A$  ed incompleta  $(A|b)$ ) associate al sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2y - 2z = -6 \\ x + 2y = 2, \end{cases}$$

calcolate il determinante di  $A$  ed il rango di  $(A|b)$ . Quante soluzioni ha il sistema?

**Esercizio 4.** Data la matrice  $3 \times 3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

scrivete l'operatore lineare associato  $T(x, y, z) = A(x, y, z)^T$  (a destra dell'uguale trovate il prodotto righe per colonne) e trovatene gli autovalori con le loro molteplicità algebrica e geometrica. Infine scrivete le equazioni cartesiane e parametriche dei corrispondenti autospazi.

**Esercizio 5.** Rispondete alle seguenti domande, giustificando la risposta:

- Può un sistema omogeneo essere impossibile?
- Trovate un vettore ortogonale sia a  $v_1 = e_1 - e_3$  che a  $v_2 = e_2 + e_3$ .
- Calcolate il prodotto scalare tra  $v_1$  e  $v_2$  della domanda precedente.

**Esercizio 6.** Rispondete alle seguenti domande.

- Scrivete tre primitive diverse della funzione  $f(x) = e^x$ .
- Data una funzione  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  ed un punto dell'intervallo  $x \in (a, b)$ , quale è la definizione e cosa rappresenta graficamente il rapporto incrementale di incremento  $h$ ?
- Enunciate precisamente il teorema di Weierstrass per le funzioni continue, e disegnate una funzione continua sull'intervallo aperto  $(-1, 1)$  che però non ha né massimo né minimo.

**Esercizio 7.** Si disegni un grafico approssimativo della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3} - \frac{1}{3}$$

dopo averne trovato il dominio naturale di definizione, eventuali simmetrie, le intersezioni con gli assi, l'insieme di positività, i limiti agli estremi del dominio, gli intervalli di monotonia attraverso lo studio della derivata prima, massimi/minimi relativi e relativi punti di max / min. **Facoltativi sono** gli intervalli di convessità/concavità attraverso lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 8.** Si calcoli l'integrale

$$\int_{-1}^0 \left[ 3(x-1)^3 + (1-x)^{1/3} - \frac{2}{x+2} \right] dx.$$

**Esercizio 9.** Della funzione  $f$  il cui grafico è riportato sotto, calcolate  $f(-1)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$ . Quante controimmagini hanno  $y = 2$  e  $y = 0$ ? Individuate due punti di massimo relativo di  $f$ . Quanto vale il massimo assoluto della funzione? Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -5^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

La funzione  $f$  è derivabile nel punto  $x = 2$ ?

