

**COMPITINO DI GEOMETRIA DEL CORSO DI
FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA - SECONDA PARTE
CDL IN ARCHITETTURA, RIGENERAZIONE, SOSTENIBILITÀ
PARMA, 25.11.19**

IMPORTANTE: leggete CON ATTENZIONE queste righe prima di iniziare.

Lo scritto dura un'ora e mezza

Sono permesse calcolatrici ma **non** l'uso dei telefoni cellulari e degli appunti.

Indicate **nome e cognome** su tutti i fogli (protocollo inclusi).

Scrivete chiaramente quali sono i fogli di bella e quali quelli di brutta.

Le risposte vanno **giustificate**.

Immatricolati A.A. 2019/20 fare **Esercizi 1,2,3**. Altri studenti **Esercizi 1,2,3 (solo prima metà) e 4**.

Esercizio 1. Verificate che i due vettori

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

siano **linearmente indipendenti**. Trovate un'equazione cartesiana del piano dello spazio euclideo \mathbb{R}^3 passante per l'origine e generato da v_1 e v_2 . Scrivete poi equazioni, parametrica e cartesiana, della retta ortogonale a tale piano, passante per il punto $P = (2, 0, 1)$ e trovate le coordinate del punto di intersezione tra tali retta e piano.

Esercizio 2. Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolate AB e $\det(AB)$. La matrice AB è invertibile?

Esercizio 3. Qual è la mutua posizione del piano $3x + 3y + z = 1/2$ e della retta di equazione parametrica

$$w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \\ -1/2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

in \mathbb{R}^3 ? E dello stesso piano con la retta di equazione cartesiana

$$\begin{cases} y = 0 \\ 3x + z = 1? \end{cases}$$

Esercizio 4. Dato l'operatore lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$T(e_1) = 2e_2, \quad T(e_2) = 3e_2 + 2e_3, \quad T(e_3) = 2e_2 + 3e_3$$

trovarne gli autovalori con molteplicità algebrica e geometrica e trovare inoltre le equazioni cartesiane degli autospazi associati.